

---

# On the bond future contract quality option

Susana REICHARDT <sup>1,2</sup>

Universidad Alfonso X el Sabio

**Resumen.** En este trabajo se presenta un método para valorar la opción de calidad implícita en algunos contratos de futuro. En primer lugar, se obtiene el precio de la opción en un modelo sin fricciones. Después se incorporan costes de transacción y se generan las cotas para los valores de la opción. El estudio presenta las siguientes aportaciones con respecto a la literatura previa. 1. El análisis no depende de ninguna suposición sobre el comportamiento de la ETTI. 2. Se valora la opción con la información contenida en el contrato de futuro y en las opciones sobre el futuro. 3. Se emplean precios que están perfectamente sincronizados. 4. Se incorporan costes de transacción. Los tests empíricos se realizan con el futuro sobre el *Bund* negociado en EUREX.

**Clasificación JEL:** G13.

**Palabras clave:** Opción de calidad, Valoración, Futuro sobre el *Bund*.

**Título:** Sobre la opción de calidad de un futuro sobre bonos .

**Abstract.** This paper provides a method for pricing the quality option embedded in some future contracts. Firstly, we obtain the quality option price in perfect markets. Next, we incorporate frictions and we generate upper and lower bounds for the option value. The study presents the following contributions with respect to previous literature. 1. The analysis does not depend on any dynamic assumption concerning the *TSIR* behaviour. 2. We value the quality option with the information contained in the future contract and in the calls and puts on the future contract. 3. We use real market perfectly synchronized prices. 4. We incorporate transaction costs. The empirical tests are implemented with the *Bund* Future traded in EUREX.

**JEL Classification:** G13.

**Key words:** Quality Option, Asset Pricing, *Bund* Future.

---

nota: Trabajo recibido el 12 de junio de 2009. Aceptado el 18 de septiembre.

<sup>1</sup> Universidad Alfonso X el Sabio. Avda. de la Universidad, 1. 28691 Villanueva de la Cañada (Madrid).  
Teléfono +34 91 810 5026, Fax +34 91 810 9101, sreich@uax.es.

<sup>2</sup> Quiero agradecer las aportaciones, comentarios y sugerencias de Alejandro Balbás. También agradezco los comentarios de Alfonso Novales, Vicente Meneu, Ángel Pardo y Alfredo Ibáñez.



## 1. INTRODUCCIÓN

En algunos futuros el vendedor puede elegir entre diferentes alternativas lo que da lugar a la presencia de opciones de vencimiento implícitas. Las opciones pueden ser de cuatro tipos según cuál sea el elemento del contrato que presenta la posibilidad de elección: opción de calidad (el vendedor puede elegir entre un conjunto de activos el que entregará a vencimiento), opción de cantidad (el vendedor puede elegir la cantidad del subyacente que entregará), opción de localización (el vendedor puede elegir el lugar, de un conjunto especificado por la bolsa, en el que realizará la entrega)<sup>3</sup> y opción temporal (el vendedor puede elegir el día, de un periodo de tiempo determinado, en el que tendrá lugar la entrega). El precio de un futuro que presenta opciones de vencimiento debería ser menor que el precio de un contrato idéntico sin opciones de entrega para compensar al comprador por el riesgo adicional que soporta.

La opción de calidad se presenta en la mayoría de los futuros sobre bonos, y en algunos futuros sobre mercancías. En los futuros sobre bonos, el activo subyacente no tiene existencia real sino que se trata de un bono teórico llamado bono nocional. Hay muchas emisiones de deuda con distintas características. Si se creara un futuro para cada emisión, se podrían conseguir coberturas perfectas, siempre que no hubiera problemas de liquidez. Como los mercados que surgirían serían muy poco líquidos, las bolsas diseñan contratos en los que el activo subyacente es un bono hipotético con alta correlación con las emisiones, consiguiendo así mercados más líquidos. En cuanto a la forma de liquidación, ésta tiene lugar, en la mayoría de estos contratos, mediante entrega física. Las cámaras publican una lista de valores, con características similares a las del bono teórico, entre los que el vendedor escogerá el que entregará a vencimiento.

La presencia de la opción de calidad podría afectar al precio del futuro, ya que el comprador soporta un riesgo adicional por el que debería ser compensado. El efecto se podría transmitir también a los precios de los derivados sobre el futuro.<sup>4</sup> Por tanto, la opción se debería tener en cuenta al realizar estudios sobre el futuro y sus derivados (Ronn y Bliss 1994 o Cherubini y Exposito 1995, entre otros, han propuesto métodos de valoración de opciones sobre futuros que presentan una opción de calidad implícita). Como afirman Chance y Hemler (1993), ignorar las opciones de vencimiento puede reducir la efectividad de las coberturas, llevar a conclusiones erróneas sobre la eficiencia del mercado y sobre la existencia de primas de riesgo.

Son numerosos los trabajos que han valorado opciones de calidad a partir de los precios del futuro empleando diferentes metodologías (algunos trabajos recientes son Henrard 2006 y Vidal y Ferreira 2007).<sup>5</sup> Muchos de estos trabajos presentan algunas limitaciones: emplean precios de los bonos y del futuro que no están sincronizados (suelen tomar un solo precio por día, por regla general, el precio de cierre),<sup>6</sup> no tienen en cuenta los costes de transacción,<sup>7</sup> y emplean futuros que tienen

<sup>3</sup> La opción de localización puede considerarse como una opción de calidad. Los distintos costes de transporte y almacenamiento en las diferentes localizaciones dan lugar a las distintas calidades. Véase, por ejemplo, Pirrong et al (1994).

<sup>4</sup> La magnitud y el signo del impacto dependen del delta del derivado.

<sup>5</sup> Una clasificación de los distintas metodologías se presenta en Chance y Hemler (1993).

<sup>6</sup> La falta de sincronización es un problema especialmente importante al valorar opciones implícitas en futuros. Su precio constituye, generalmente, una pequeña parte del valor nominal del contrato y, por tanto, se podrían cometer errores considerables en la valoración.

<sup>7</sup> Existen algunas excepciones (véase Barnhill y Seale 1988 y Barnhill 1990).

---

varias opciones de vencimiento (muchos trabajos se basan en el futuro sobre el bono del Tesoro Estadounidense que presenta tres opciones temporales, véase, por ejemplo Hedge 1990).<sup>8</sup>

Además, son pocos los trabajos que analizan el impacto de la presencia de la opción de calidad sobre la eficiencia del mercado. Kamara (1990) realiza un test de eficiencia, basado en un modelo de equilibrio, en el mercado de futuros sobre semillas de soja de CBOT. Aunque el valor de la opción es una pequeña parte del valor nominal del futuro, sus resultados indican que si la opción se ignora, la hipótesis de eficiencia se rechaza mientras que si se tiene en cuenta, se acepta.

Este trabajo presenta las siguientes aportaciones con respecto a los trabajos previos. 1. No se realiza ningún supuesto sobre la evolución de la ETTI, puesto que la opción se valora empleando un modelo estático. 2. Se valora la opción a partir de los precios del futuro y a partir de los precios de las opciones sobre el futuro. 3 Los tests empíricos se realizan con precios de compra y de venta correspondientes a varios minutos de cada sesión que están perfectamente sincronizados. 4. Se emplea el futuro sobre el Bund que solo presenta esta opción de vencimiento.

El trabajo está estructurado de la siguiente forma. En la sección segunda se explica la metodología utilizada para valorar la opción. Se emplea un modelo estático basado en la ausencia de arbitraje. Se consideran tantas opciones implícitas como activos entregables. El precio de la opción de calidad se define como el máximo precio de las opciones implícitas. Esto supone otra diferencia con respecto a los trabajos anteriores, puesto que el valor de la opción de calidad estimado en la literatura previa es el precio de la opción más barata de las que se definen en este trabajo (véase, por ejemplo, Yu 1997). En primer lugar, se determinan las expresiones para el valor de la opción y para sus cotas a partir de los precios del futuro. Después se utiliza la información contenida en los precios de las opciones de compra y de venta sobre el futuro para valorar la opción.

En la sección tercera se describen los datos utilizados y los resultados obtenidos. Los tests empíricos se realizan con el futuro sobre el *Bund*. Se realizan dos estudios. En el primero se valora la opción a partir de los precios del futuro con vencimiento diciembre de 2002 desde el 2 de septiembre hasta el 6 de diciembre. Tres meses antes del vencimiento el valor de la opción es un 2% del valor nominal del contrato. En el segundo estudio se valora la opción con la información contenida en las opciones sobre el futuro cuyo subyacente es el vencimiento de diciembre de 2005 desde el 2 al 18 de noviembre. Un mes antes del vencimiento el valor de la opción es un 2,5% mientras que en el primer estudio el valor es de un 1%. Hay dos factores que podrían explicar este hecho. 1. Todos los bonos entregables del futuro con vencimiento diciembre de 2002 tienen el mismo cupón mientras que los bonos del vencimiento de diciembre de 2005 tienen cupones diferentes. 2. Después del segundo periodo analizado un nuevo bono fue añadido a la lista de entregables. Este segundo factor es probablemente menos importante que el primero.

Finalmente, se presentan las conclusiones, y algunas tablas y gráficos en los que aparecen los resultados de los tests empíricos.

---

<sup>8</sup> La presencia de varias opciones implícitas en un contrato puede hacer que se produzcan interacciones entre ellas y resulte difícil aislar los efectos individuales de cada opción.

## 2. VALORACIÓN DE LA OPCIÓN DE CALIDAD

Para valorar la opción de calidad utilizamos un modelo de valoración de activos estático. En primer lugar, no consideramos costes de transacción. El modelo viene caracterizado por el momento actual  $t_0$ , una fecha futura  $T$ , y los siguientes activos: el activo sin riesgo, cuyo tipo de interés entre  $t_0$  y  $T$  se representará por  $r$ ,  $n$  activos  $S_1, S_2, \dots, S_n$  y un futuro  $F$  cuyos subyacentes son los  $n$  activos y con fecha de vencimiento  $T$ . En el momento inicial, el precio del activo  $S_j$  se representará por  $P_{0j}$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ , y el precio del futuro por  $f$ . En la fecha de vencimiento, el precio de  $S_j$  se representará por  $P_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ , y el precio del futuro por  $f^*$ .

El futuro presenta las siguientes características. 1. Las posiciones son valoradas diariamente. Si una posición vendedora se mantiene hasta el vencimiento, el resultado de todas las liquidaciones diarias es la diferencia entre el precio inicial del futuro y el precio en la fecha de vencimiento, es decir,  $f - f^*$ . 2. El vendedor del futuro tiene el derecho a elegir el activo que va a entregar. Si elige el activo  $S_j$ , recibirá una cantidad igual a  $\delta_j f^*$  donde  $\delta_j$ , que se denomina factor de conversión, depende de  $S_j$ . 3. La fecha de entrega  $T$  es fija.

El pago recibido por el vendedor en la fecha de vencimiento si entrega el activo  $S_i$  viene dado por la siguiente expresión:

$$f - f^* + \delta_i f^* - p_i$$

El vendedor elegirá, generalmente, el activo para el que la diferencia entre la cantidad que recibe por la entrega y su precio sea máxima. Por tanto,  $(\delta_i f^* - p_i) \geq (\delta_j f^* - p_j) \quad \forall j$  (1). El activo  $S_i$  recibe el nombre de activo más barato de entregar.

En  $T$  se tiene que cumplir la siguiente expresión  $(\delta_i f^* - p_i) = 0$  (2) para que no existan oportunidades de arbitraje. De las expresiones (1) y (2) se deduce que:

$$f^* = \frac{p_i}{\delta_i} \leq \frac{p_j}{\delta_j}, \quad \forall j \tag{3}$$

Por tanto, el pago final del futuro es  $f - f^*$ .

A continuación, vamos a construir una cartera replica de una posición vendedora en el futuro. Fijamos  $i$  entre  $j = 1, 2, \dots, n$ , y definimos dos activos. El activo derivado  $F_i$  permite al vendedor entregar  $1/\delta_i$  unidades de  $S_i$  en  $T$  y recibir  $f$  unidades monetarias. La opción  $Q_i$  permite al comprador recibir  $1/\delta_i$  unidades de  $S_i$  en  $T$  si entrega  $1/\delta_j$  unidades del activo elegido  $S_j$ , que pertenece al conjunto  $\{S_1, S_2, \dots, S_n\}$ .

**Proposición 1.** Una posición vendedora en  $F$  se puede replicar mediante una cartera compuesta por una posición vendedora en  $F_i$  y una opción  $Q_i$ .

**Demostración.** En  $T$  el valor de una posición vendedora en el futuro  $F_i$  será  $f - \frac{p_i}{\delta_i}$  y el de la compra de la opción  $Q_i$   $\frac{p_i}{\delta_i} - \text{Min}_j \frac{p_j}{\delta_j}$ . Teniendo en cuenta (3), la combinación de ambas

posiciones genera el siguiente pago  $f - f^*$ , que coincide con el valor de una posición vendedora en el futuro  $F$ .

**Observación 1.** La venta del futuro  $F$  incorpora  $n$  opciones implícitas  $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$ . Cada opción  $Q_j$  está asociada a un activo  $S_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$

**Proposición 2.** El precio de  $Q_j$  viene dado por:

$$q_j = \frac{p_{0j}}{\delta_j} - \frac{f}{(1+r)^T} \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

**Demostración.** La Ley del Precio Único y la proposición 1 llevan a  $0 = A_j + q_j$  donde  $A_j$  es el

precio de venta de  $F_j$ . Para obtener la expresión (4) basta con demostrar que  $A_j = \frac{f}{(1+r)^T} - \frac{p_{0j}}{\delta_j}$

lo cual se tiene puesto que la venta de  $F_j$  se puede replicar prestando  $\frac{f}{(1+r)^T}$  unidades monetarias y vendiendo  $1/\delta_j$  unidades de  $S_j$ .

**Observación 2.** De la expresión (4) se deduce que todas las opciones no necesariamente tienen que tener el mismo precio. Vamos a definir el precio de la opción de calidad como el precio máximo de todas las opciones.

$$q = \text{Max}_j \left( \frac{p_{0j}}{\delta_j} - \frac{f}{(1+r)^T} \right) \quad (5)$$

Este será el valor que estimaremos en el test empírico.

Es fácil probar que el valor de la opción estimado en la literatura previa viene dado por la expresión (5) si el valor máximo es reemplazado por el mínimo. Por tanto, esta definición supone una diferencia con respecto a los trabajos previos. No obstante, la expresión (4) muestra que la única diferencia entre el valor de ambas opciones viene dada por la posición en los bonos (en proporciones dadas por los factores de conversión). Por tanto, los precios de ambas opciones deberían tener evoluciones temporales bastante paralelas.

En algunos contratos de futuros se pueden añadir nuevos activos a la lista de entregables inicialmente fijada. Este es el caso del Futuro sobre el *Bund* con el que se realizan los tests empíricos. Cuando la lista de entregables es abierta, los valores de las opciones implícitas son también los indicados en la proposición 2. La demostración es muy similar a la de la proposición 2 y por tanto, se omite.

**Proposición 3.** La proposición 2 se sigue cumpliendo si se pueden añadir nuevos activos a la lista de entregables inicialmente fijada.

Supóngase ahora que existen diferencias entre los precios de venta y de compra. Sean  $f_a, f_b$  ( $f_a \geq f_b$ ) y  $p_{0j}^a, p_{0j}^b$  ( $p_{0j}^a \geq p_{0j}^b$ ),  $j = 1, 2, \dots, n$ , los precios de venta y de compra del futuro y de cada uno de los entregables en el momento inicial. Sean  $r_a$  y  $r_b$  ( $r_a \geq r_b$ ) los tipos de interés sin riesgo de oferta y de demanda entre  $t_0$  y  $T$ .

**Proposición 4.** Las cotas inferiores y superiores vienen dadas por la siguiente expresión:

$$\frac{p_{0j}^b}{\delta_j} - \frac{f_a}{(1+r_b)^T} \leq q_j \leq \frac{p_{0j}^a}{\delta_j} - \frac{f_b}{(1+r_a)^T} \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (6)$$

**Demostración.** Para evitar la existencia de oportunidades de arbitraje deben verificarse dos condiciones. 1. La diferencia entre el coste de comprar la opción y la cantidad que se recibe por vender la réplica de la misma debe ser mayor o igual que cero.

$$q_j - \left( \frac{p_{0j}^b}{\delta_j} - \frac{f_a}{(1+r_b)^T} \right) \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n,$$

2. La diferencia entre el importe que se paga por comprar la réplica de la opción y el flujo que genera vender la opción tiene que ser mayor o igual que cero.

$$\frac{p_{0j}^a}{\delta_j} - \frac{f_b}{(1+r_a)^T} - q_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n,$$

**Observación 3.** En primer lugar, la proposición 4 es una extensión de la proposición 2. En segundo lugar, ambas expresiones se deben modificar si  $S_j$  paga el dividendo (o cupón)  $d_j$  en  $\tau_j$  ( $t_0 \leq \tau_j \leq T$ ). En ese caso, las cotas para los valores de cada opción implícita son:

$$\frac{p_{0j}^b}{\delta_j} - \frac{f_a}{(1+r_b)^T} - \frac{d_j}{\delta_j(1+r_{\tau_j}^b)^{\tau_j}} \leq q_j \leq \frac{p_{0j}^a}{\delta_j} - \frac{f_b}{(1+r_a)^T} - \frac{d_j}{\delta_j(1+r_{\tau_j}^a)^{\tau_j}} \quad (7)$$

para  $j = 1, 2, \dots, n$ . La demostración es muy similar a la de la proposición 4 y por tanto se omite. En tercer lugar, todas las expresiones siguen siendo válidas si se pueden añadir nuevos activos al conjunto inicialmente fijado.

A continuación, vamos a extender la metodología con el fin de valorar la opción de calidad a partir de los precios de las opciones de compra y de venta sobre el futuro. Consideramos dos opciones una de compra y otra de venta con el mismo precio de ejercicio  $X$  y la misma fecha de expiración  $T'$  ( $T' < T$ ). Los precios de las opciones de compra y de venta se representan por  $c$  y  $P$  respectivamente. El análisis se realiza con “opciones puras”, puesto que las opciones del futuro sobre el *Bund* con las que se lleva a cabo el test empírico presentan esta característica.<sup>9</sup>

**Proposición 5.** Si no existen costes de transacción, los valores de ausencia de arbitraje de las opciones implícitas son:

$$q_j = \frac{p_{0j}}{\delta_j} + \frac{p - c - X}{(1+r)^T} \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (8)$$

**Demostración.** La paridad put-call para “opciones puras” europeas o americanas es  $p - c = X - f$  (véase Lieu 1990). Despejando el precio del futuro de la paridad put-call y sustituyendo la expresión obtenida en (4) se genera (8).

<sup>9</sup> Para una descripción de las propiedades de éstas opciones véase Duffie (1989) y Lieu (1990).

**Observación 4.** En primer lugar, si  $S_j$  paga el dividendo (o cupón)  $d_j$  en  $\tau_j$  ( $t_0 \leq \tau_j \leq T$ ), el precio de la opción es:

$$q_j = \frac{p_{0j}}{\delta_j} + \frac{p - c - X}{(1+r)^T} - \frac{d_j}{\delta_j(1+r_{\tau_j})^{\tau_j}} \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (9)$$

siendo  $r_{\tau_j}$  el tipo de interés libre de riesgo entre  $t_0$  y  $\tau_j$ . En segundo lugar, la expresión (8) sigue siendo válida si se pueden añadir nuevos activos al conjunto inicialmente fijado.

Supóngase ahora que existen costes de transacción. Sean  $c_a, c_b$  ( $c_a \geq c_b$ ), y  $p_a, p_b$  ( $p_a \geq p_b$ ) los precios de la opción de compra y de la opción de venta respectivamente.

**Proposición 6.** Las cotas para los valores de cada opción implícita vienen dadas por la siguiente expresión:

$$\frac{p_{0j}^b}{\delta_j} + \frac{p_b - c_a - X}{(1+r_a)^T} \leq q_j \leq \frac{p_{0j}^a}{\delta_j} + \frac{p_a - c_b - X}{(1+r_b)^T} \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (10)$$

**Demostración.** De los resultados de Jouini y Kallal (1995) se deduce que si el modelo con costes de transacción no presenta oportunidades de arbitraje, existirán unos precios  $p_{0j}$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ ,  $c$  y  $p$ , y un tipo de interés sin riesgo  $r$  tales que  $p_{0j}^b \leq p_{0j} \leq p_{0j}^a$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ ,  $c_b \leq c \leq c_a$ ,  $p_b \leq p \leq p_a$  y  $r_b \leq r \leq r_a$ , para los que el modelo sin costes de transacción está libre de arbitraje. En el modelo sin costes de transacción se verificará la expresión (8). A partir de ésta expresión y de las desigualdades anteriores, se deducen, de forma inmediata, las cotas para los valores de cada opción implícita.

**Observación 5.** Si  $S_j$  paga el dividendo (o cupón)  $d_j$  en  $\tau_j$  ( $t_0 \leq \tau_j \leq T$ ), las cotas para los valores de cada opción implícita son:

$$\frac{p_{0j}^b}{\delta_j} + \frac{p_b - c_a - X}{(1+r_a)^T} - \frac{d_j}{\delta_j(1+r_a^b)^{\tau_j}} \leq q_j \leq \frac{p_{0j}^a}{\delta_j} + \frac{p_a - c_b - X}{(1+r_b)^T} - \frac{d_j}{\delta_j(1+r_{\tau_j}^a)^{\tau_j}} \quad (11)$$

$j = 1, 2, \dots, n$ . Además, las formulas no se modifican si se pueden añadir nuevos activos al conjunto inicialmente fijado.

### 3. TESTS EMPÍRICOS: DATOS Y RESULTADOS

La valoración de la opción de calidad se lleva a cabo con el futuro sobre el *Bund* negociado en EUREX. El activo subyacente es un bono teórico emitido por el Gobierno Federal Alemán con un cupón del 6%. El tamaño del contrato es de 100.000 euros. Los precios cotizan en porcentaje del valor nominal con dos decimales. Se negocian cuatro vencimientos: marzo, junio, septiembre y diciembre. Los tres vencimientos más cercanos están disponibles para negociar, pero la negociación se concentra en el vencimiento más próximo. El último día de negociación es el penúltimo día hábil en Frankfurt anterior al día de vencimiento hasta las 12:30 p.m. La fecha de vencimiento es el décimo día del mes de entrega. Los valores entregables son bonos del Estado alemán (*Bundesanleihen*) con una vida pendiente de entre 8,5 años y 10,5 años el décimo día del mes de vencimiento. Además de los bonos que figuran en la lista de valores entregables, se pueden

entregar todas las nuevas emisiones (emitidas hasta el último día de negociación) que cumplan las condiciones establecidas.

Se realizan dos tests empíricos. En el primero se valora la opción de calidad a partir de los precios del futuro y en el segundo a partir de los precios de las opciones sobre el futuro. En ambos casos se utilizan precios de compra y de venta de los activos, y tipos de interés de oferta y de demanda que están perfectamente sincronizados. Todos los datos han sido obtenidos de Bloomberg.

El primer estudio se realiza con el vencimiento de diciembre de 2002. La opción se valora durante el periodo de tiempo comprendido entre el 2 de septiembre y el 6 de diciembre (último día de negociación). Con el fin de que los datos estén sincronizados, en cada sesión se consideran los minutos en los que se dispone de todas las variables.<sup>10</sup>

El futuro presenta tres opciones implícitas puesto que hay tres bonos entregables. En primer lugar no se consideran costes de transacción. Los precios se calculan a partir de la media del precio de compra y de venta para todos los activos incluyendo el tipo de interés. Durante todos los instantes considerados, la opción con mayor valor es la que permite recibir el bono con mayor vida. Se toma como precio de la opción de calidad el precio de ésta opción de acuerdo con la definición establecida en la sección 2. En la tabla 2 aparecen los valores medios diarios de la opción. El valor de la opción decrece al acercarse el vencimiento (trece semanas antes del vencimiento, es un 2% del valor nominal del futuro y una semana antes un 0,6%).

Después se consideran costes de transacción y se obtienen las cotas a partir de los primeros precios de compra y de venta del minuto. Tomamos como cotas para el valor de la opción de calidad las correspondientes a la opción basada en el bono con mayor vida, puesto que la mayor de las cotas tanto inferiores como superiores es siempre la que corresponde a la opción que permite recibir este bono. En las tablas 3 y 4 aparecen los valores medios diarios de las cotas inferiores y superiores respectivamente.

En los gráficos 1, 2 y 3 se presenta la evolución en el tiempo del valor de la opción y de sus cotas. En ellos se observa que los valores de la opción disminuyen al acercarse la fecha de vencimiento. En cuanto a la distancia entre el valor de la opción y sus cotas se mantiene estable (está comprendida, generalmente, entre 35 y 55 euros). También se obtuvieron las cotas a partir de los últimos precios de compra y de venta del minuto. Los resultados fueron muy similares dada la gran liquidez del mercado de bonos y del futuro.

En el segundo estudio se valora la opción a partir de los precios de las opciones sobre el futuro. El test empírico se lleva a cabo con las opciones del futuro sobre el *Bund*. Las opciones son puras y americanas (se pueden ejercer cualquier día hábil hasta la fecha de expiración). Están disponibles para negociar los tres meses de expiración más próximos y el siguiente mes del ciclo trimestral (marzo, junio, septiembre y diciembre). En los meses del ciclo trimestral, el mes de vencimiento del futuro subyacente coincide con el mes de expiración de la opción. Para el resto de meses, el mes

<sup>10</sup> Se disponía de los precios de los bonos y del futuro durante todos los minutos de cada sesión, pero de los tipos de interés no. Por tanto, en cada sesión se valora la opción en los minutos en los que se tienen datos del tipo de interés. Se consideran un total de 1250 minutos.



---

de vencimiento del futuro es el mes del ciclo trimestral siguiente al mes de expiración de la opción. Los precios de las opciones cotizan en porcentaje del valor nominal del futuro con dos decimales.

El estudio se realiza con las opciones que tienen como subyacente el vencimiento de diciembre de 2005 y como mes de expiración diciembre. El valor de la opción de calidad se determina durante el periodo de tiempo comprendido entre el 2 de noviembre y el 18 de noviembre. Se consideran los precios de ejercicio 119, 119.5, 120 y 120.5, porque los precios de estas opciones son los que están sincronizados con el resto de las variables (precios de los tres bonos entregables y tipos de interés) en un mayor número de minutos.<sup>11</sup>

El futuro presenta tres opciones implícitas en el periodo analizado.<sup>12</sup> En primer lugar, no se consideran costes de transacción. En todos los minutos analizados, la opción con mayor valor es la correspondiente al bono con mayor vida lo mismo que sucede al valorar la opción a partir de los precios del futuro. Por tanto, este es el valor de la opción de calidad según la definición establecida. En las tablas 6, 7, 8 y 9 aparecen los valores medios diarios de la opción. El valor de la opción está entorno al 2,5% del valor nominal del contrato.

Después se consideran costes de transacción. De nuevo las cotas para los valores de la opción de calidad son las correspondientes a la opción que permite recibir el bono con mayor vida. En las tablas 10, 11, 12 y 13 se presentan los valores medios diarios de las cotas inferiores y en las tablas 14, 15, 16 y 17 de las cotas superiores.

En los gráficos 4, 5, 6 y 7 aparece la evolución en el tiempo del valor de la opción y de sus cotas. En ellos se observa que los resultados obtenidos con los cuatro precios de ejercicio son muy similares, lo que pone de manifiesto la robustez del análisis realizado. Los valores de la opción experimentan un ligero decrecimiento con el tiempo. La distancia entre el valor de la opción y sus cotas se mantiene estable (está comprendida, generalmente, entre 50 y 60 euros).

#### 4. CONCLUSIONES

En este estudio se presenta un método de valoración de la opción de calidad empleando un modelo estático. Se generan carteras réplica para la opción tanto a partir de los precios del futuro como a partir de los precios de las opciones sobre el futuro. El marco estático nos permite incorporar fácilmente los costes de transacción.

El trabajo presenta las siguientes aportaciones con respecto a la literatura anterior. 1. No se realiza ningún supuesto sobre la evolución de la ETTI, puesto que la opción se valora empleando un modelo estático. 2. Se valora la opción a partir de los precios de las opciones sobre el futuro. La valoración a partir de las opciones sobre el futuro permite replicar la opción de formas alternativas, lo que hace posible contrastar la robustez del análisis. 3. Los tests empíricos se realizan con precios

---

<sup>11</sup> Con las opciones con precio de ejercicio 119 se valora la opción de calidad en un total de 86 minutos, con las opciones con precio de ejercicio 119.5 en 182 minutos, con las opciones con precio de ejercicio 120 en 161 minutos y con las opciones con precio de ejercicio 120.5 en 92 minutos. Para el resto de precios de ejercicio, el número de minutos en los que se disponía de observaciones sincronizadas con todas las variables era nulo o muy reducido.

<sup>12</sup> El vencimiento de diciembre de 2005 tiene tres bonos entregables en el periodo considerado (con posterioridad se añadió un nuevo bono). Las características de estos bonos y sus factores de conversión se presentan en la tabla 5.

de compra y de venta correspondientes a varios minutos de cada sesión que están perfectamente sincronizados con el fin de valorar la opción con la mayor precisión posible.

Los tests empíricos se realizan con el futuro sobre el Bund. Tres meses antes del vencimiento el valor de la opción es un 2% del valor nominal del contrato, lo que pone de manifiesto que el precio del futuro se ve afectado por la presencia de la opción. Esto podría justificar que, como apuntan algunos autores, la presencia de la opción se debería tener en cuenta cuando se valoran derivados sobre el futuro, se estudia la eficiencia del mercado o se analiza la efectividad de las coberturas.

**TABLA 1**  
**Bonos entregables (primer estudio)**  
**(Vencimiento de Diciembre de 2002)**

Cupón	Pago de cupón	Vencimiento	Factor de conversión
5%	04/07	04/07/2011	0,934161
5%	04/01	04/01/2012	0,931496
5%	04/07	04/07/2012	0,928434

**TABLA 2**  
**Valores de la opción de calidad (euros) (primer estudio)**  
**(sin costes de transacción)**

	Media	D. Típica.	Mínimo.	Máximo.
10/9/02	2067.9334	13.9782	2047.7861	2088.7609
17/9/02	2044.1395	17.8446	2017.4190	2092.8465
24/9/02	1982.6329	20.4426	1949.4674	2007.8865
1/10/02	1811.3299	23.8257	1750.9252	1847.4629
8/10/02	1585.5814	10.3722	1565.1919	1605.9701
15/10/02	1356.7231	15.3214	1332.9479	1386.5163
22/10/02	1193.6023	8.8620	1179.2355	1214.0692
29/10/02	1070.6210	11.9366	1049.2000	1089.9969
5/11/02	919.9963	11.2303	898.5432	945.9233
12/11/02	904.6217	7.0179	893.6162	916.8602
19/11/02	802.0046	8.0243	791.8705	816.0660
26/11/02	663.4569	10.1989	644.7042	682.3199
3/12/02	602.2256	9.1027	575.1777	619.7900

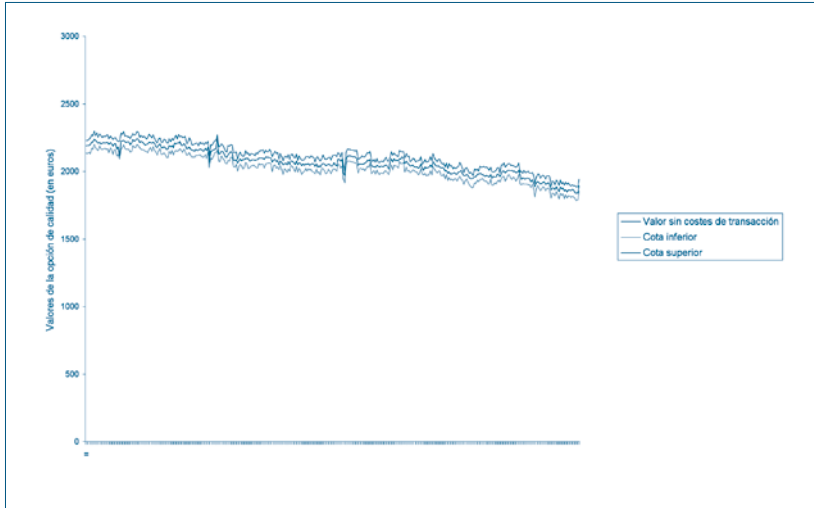
**TABLA 3**  
**Cotas inferiores para los valores de la opción de calidad (euros) (primer estudio)**

	Media	D. Típica.	Mínimo.	Máximo.
10/09/2002	2018.4435	19.5208	1978.7430	2047.7374
17/09/2002	1997.7596	17.7651	1977.7140	2047.8474
24/09/2002	1934.7991	23.4806	1898.1506	1973.6457
01/10/2002	1764.9097	30.3892	1706.8899	1809.8156
08/10/2002	1541.2431	16.2681	1513.3110	1575.7608
15/10/2002	1310.2976	16.1995	1280.3448	1349.6178
22/10/2002	1150.5683	12.0879	1124.7260	1178.1156
29/10/2002	1030.2980	18.3060	995.8008	1058.8919
05/11/2002	879.8488	14.7958	850.1267	905.9526
12/11/2002	860.0444	14.8944	823.5620	879.8748
19/11/2002	767.4107	9.7719	749.8169	782.1294
26/11/2002	625.5274	14.4004	596.3347	654.7039
03/12/2002	564.0362	14.7344	527.3347	595.2600

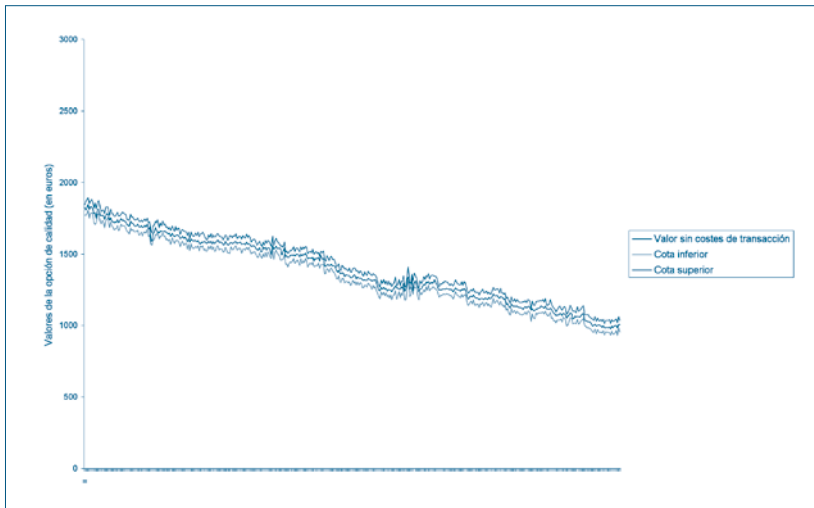
**TABLA 4**  
**Cotas superiores para los valores de la opción de calidad (euros) (primer estudio)**

	Media	D. Típica.	Mínimo.	Máximo.
10/09/2002	2116.5909	19.8424	2077.8419	2149.6171
17/09/2002	2087.7974	20.8282	2064.9014	2147.7664
24/09/2002	2029.4700	22.4364	1986.8325	2065.1765
01/10/2002	1860.6771	22.0386	1816.3017	1895.0464
08/10/2002	1629.2118	15.9634	1599.3549	1656.0699
15/10/2002	1399.0561	15.7278	1374.0071	1430.9041
22/10/2002	1236.5845	11.2627	1213.8295	1259.9790
29/10/2002	1113.6743	17.5307	1076.6540	1142.7174
05/11/2002	960.9985	14.8429	934.3744	986.9549
12/11/2002	939.7295	13.1983	902.4932	958.8066
19/11/2002	843.3840	7.8334	827.6709	850.0025
26/11/2002	700.4784	14.5163	673.0992	731.4774
03/12/2002	640.0106	15.4790	593.0401	671.1735

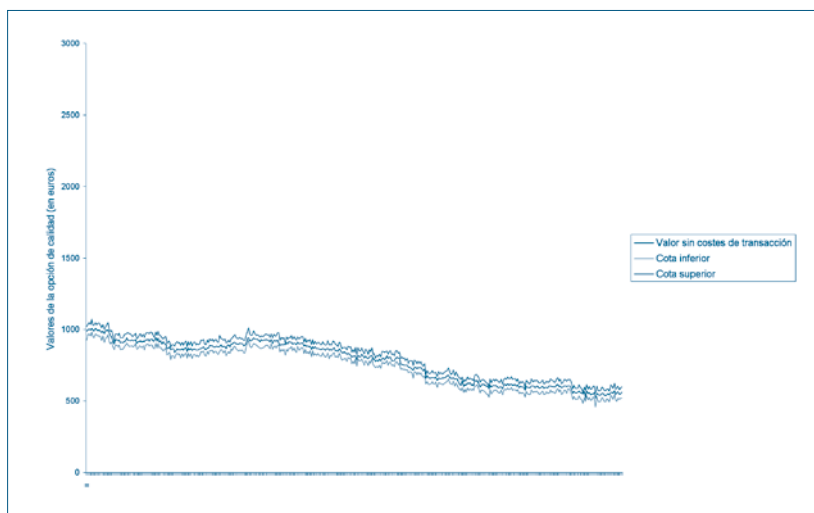
**GRÁFICO 1**  
**Valores de la opción de calidad (euros) (primer estudio)**  
**(Septiembre, 2002)**



**GRÁFICO 2**  
**Valores de la opción de calidad (euros) (primer estudio)**  
**(Octubre, 2002)**



**GRÁFICO 3**  
**Valores de la opción de calidad (euros) (primer estudio)**  
**(Noviembre 2002 – 6 de diciembre 2002)**



**TABLA 5**  
**Bonos entregables (segundo estudio)**  
**(Vencimiento de Diciembre de 2005)**

Cupón	Pago de cupón	Vencimiento	Factor de conversion
4.25%	04/07	04/07/2014	0,885160
3.75%	04/01	04/01/2015	0,846069
3.25%	04/07	04/07/2015	0,803899

**TABLA 6**  
**Valores de la opción de calidad (euros) (segundo estudio)**  
**(sin costes de transacción, precio de ejercicio = 119)**

	Media	D. Típica.	Mínimo.	Máximo.
02/11/2005	2685.2436	7.6464	2670.9840	2697.2121
04/11/2005	2609.4458	0.0000	2609.4458	2609.4458
07/11/2005	2595.3872	0.0000	2595.3872	2595.3872
08/11/2005	2596.4735	1.7027	2584.7708	2608.1763
09/11/2005	2563.2335	6.2583	2557.2934	2571.8857
10/11/2005	2543.5503	6.7821	2532.3222	2553.8033
11/11/2005	2537.2235	3.7607	2532.0993	2543.8226
14/11/2005	2501.9301	1.7393	2483.6808	2527.6970
15/11/2005	2466.9911	1.7389	2442.4564	2497.2452
16/11/2005	2506.2085	3.5046	2470.6312	2562.5531
18/11/2005	2432.1862	14.3861	2405.2841	2459.0727

**TABLA 7**  
**Valores de la opción de calidad (euros) (segundo estudio)**  
**(sin costes de transacción, precio de ejercicio = 119.5)**

	Media	D. Típica.	Mínimo.	Máximo.
02/11/2005	2701.5352	20.6665	2665.9951	2745.2074
03/11/2005	2670.5599	21.0942	2644.2904	2731.8704
04/11/2005	2625.2331	21.1504	2577.2547	2655.8493
07/11/2005	2593.8850	3.2707	2589.4517	2597.9923
08/11/2005	2588.8585	19.6584	2564.1562	2628.6338
09/11/2005	2592.8393	26.9841	2552.3024	2627.7213
10/11/2005	2542.8534	10.2008	2527.3309	2556.1829
11/11/2005	2541.0100	5.4132	2532.0993	2546.4366
14/11/2005	2505.2203	23.7640	2478.6885	2530.0684
15/11/2005	2468.6977	17.8869	2443.6325	2497.2452
16/11/2005	2532.4820	35.6121	2465.6383	2574.5368
17/11/2005	2528.8200	12.4856	2504.3175	2552.4360
18/11/2005	2455.6649	40.4812	2401.6424	2542.1116

**TABLA 8**  
**Valores de la opción de calidad (euros) (segundo estudio)**  
**(sin costes de transacción, precio de ejercicio = 120)**

	Media	D. Típica.	Mínimo.	Máximo.
02/11/2005	2703.0460	25.7214	2665.9951	2761.1857
03/11/2005	2669.5616	19.5506	2642.7196	2731.8704
04/11/2005	2620.1008	25.0137	2572.2652	2655.8493
07/11/2005	2593.9671	5.2874	2584.9337	2600.3044
08/11/2005	2586.5880	21.0829	2559.1655	2623.6430
09/11/2005	2592.3964	24.4400	2555.5303	2616.4628
10/11/2005	2543.7435	0.0000	2543.7435	2543.7435
11/11/2005	2536.9443	3.9127	2532.0993	2541.6816
14/11/2005	2505.2203	21.1881	2483.6808	2527.6970
15/11/2005	2469.5885	17.3130	2446.1309	2494.9599
16/11/2005	2529.3600	36.3622	2424.9241	2574.5368
17/11/2005	2530.6325	14.9181	2509.2234	2552.9103
18/11/2005	2473.6097	42.5412	2424.9241	2539.7598

**TABLA 9**  
**Valores de la opción de calidad (euros) (segundo estudio)**  
**(sin costes de transacción, precio de ejercicio = 120.5)**

	Media	D. Típica.	Mínimo.	Máximo.
02/11/2005	2704.4210	23.8382	2675.9730	2761.1857
03/11/2005	2669.1579	22.1661	2644.4256	2731.8704
04/11/2005	2604.5251	0.0000	2604.5251	2604.5251
08/11/2005	2598.1949	0.0000	2598.1949	2598.1949
09/11/2005	2617.3672	13.4810	2603.8892	2637.6272
10/11/2005	2536.0323	7.7112	2528.3212	2543.7435
16/11/2005	2557.1168	11.0188	2540.3592	2574.5368
17/11/2005	2531.0632	14.6291	2509.3107	2552.9103
18/11/2005	2500.5249	33.4205	2434.4586	2537.1181

**TABLA 10**  
**Cotas inferiores (euros) (segundo estudio)**  
**(precio de ejercicio = 119)**

	Media	D. Típica.	Mínimo.	Máximo.
02/11/2005	2613.8875	8.1496	2602.6796	2628.9098
04/11/2005	2553.9559	0.0000	2553.9559	2553.9559
07/11/2005	2530.3113	0.0000	2530.3113	2530.3113
08/11/2005	2533.2961	23.6497	2509.6464	2556.9458
09/11/2005	2496.0572	4.4001	2490.6743	2501.4524
10/11/2005	2488.8216	8.7481	2472.0284	2502.5029
11/11/2005	2478.5991	5.1632	2472.2218	2487.4982
14/11/2005	2446.1114	22.4921	2422.2603	2476.2629
15/11/2005	2410.5681	17.0990	2385.9933	2437.5508
16/11/2005	2444.9190	26.5708	2409.1434	2491.0829
18/11/2005	2369.3658	15.7281	2340.2760	2402.6102

**TABLA 11**  
**Cotas inferiores (euros) (segundo estudio)**  
**(precio de ejercicio = 119.5)**

	Media	D. Típica.	Mínimo.	Máximo.
02/11/2005	2635.2601	17.6532	2610.7920	2671.9310
03/11/2005	2614.1401	21.2338	2586.6702	2671.4502
04/11/2005	2567.1331	21.2655	2516.7745	2595.3747
07/11/2005	2536.6710	5.1827	2529.3650	2542.7507
08/11/2005	2532.6284	20.9490	2505.1769	2579.6590
09/11/2005	2537.1157	27.7953	2496.0448	2571.4685
10/11/2005	2485.1180	11.3727	2462.0460	2499.8916
11/11/2005	2483.7971	6.8919	2472.2218	2490.1119
14/11/2005	2450.4979	24.6179	2422.2603	2476.2629
15/11/2005	2414.3327	19.2756	2386.5132	2447.5359
16/11/2005	2478.4379	36.7870	2409.1434	2524.7400
17/11/2005	2475.5397	14.4666	2447.7912	2495.9112
18/11/2005	2397.1779	41.3105	2350.2630	2485.5522



**TABLA 12**  
**Cotas inferiores (euros) (segundo estudio)**  
**(precio de ejercicio = 120)**

	Media	D. Típica.	Mínimo.	Máximo.
02/11/2005	2647.3592	23.0741	2612.6572	2700.1877
03/11/2005	2613.0656	19.0674	2586.6702	2671.4502
04/11/2005	2566.1848	25.6366	2516.7745	2605.3535
07/11/2005	2536.6570	6.7803	2525.3938	2544.1171
08/11/2005	2532.0941	20.7937	2505.1769	2569.6775
09/11/2005	2534.7991	25.4124	2496.0448	2560.2096
10/11/2005	2487.4522	0.0000	2487.4522	2487.4522
11/11/2005	2465.1398	2.2731	2462.2390	2467.7899
14/11/2005	2448.0017	17.0129	2429.8261	2466.2782
15/11/2005	2398.7092	18.9626	2371.4518	2425.2792
16/11/2005	2473.0546	36.2082	2413.2556	2514.7544
17/11/2005	2476.5458	15.4414	2452.6973	2503.0066
18/11/2005	2416.0036	45.0270	2356.9009	2488.5608

**TABLA 13**  
**Cotas inferiores (euros) (segundo estudio)**  
**(precio de ejercicio = 120.5)**

	Media	D. Típica.	Mínimo.	Máximo.
02/11/2005	2648.8597	24.6373	2621.8742	2710.1656
03/11/2005	2612.5059	21.9277	2579.4550	2671.4502
04/11/2005	2549.0348	0.0000	2549.0348	2549.0348
08/11/2005	2497.0581	0.0000	2497.0581	2497.0581
09/11/2005	2563.8658	15.7231	2545.7669	2586.3654
10/11/2005	2480.2355	7.2167	2473.0188	2487.4522
16/11/2005	2501.4849	12.5861	2478.5878	2515.6184
17/11/2005	2473.3528	15.8074	2439.0514	2495.9112
18/11/2005	2440.1676	42.4663	2348.2994	2478.9272

**TABLA 14**  
**Cotas superiores (euros) (segundo estudio)**  
**(precio de ejercicio = 119)**

	Media	D. Típica.	Mínimo.	Máximo.
02/11/2005	2756.6018	8.6659	2739.2905	2767.8455
04/11/2005	2664.9363	0.0000	2664.9363	2664.9363
07/11/2005	2660.4642	0.0000	2660.4642	2660.4642
08/11/2005	2659.6518	0.2448	2659.4070	2659.8965
09/11/2005	2630.4106	16.0480	2618.5425	2653.0979
10/11/2005	2598.2795	5.6524	2587.7509	2605.1039
11/11/2005	2595.8485	3.0913	2591.9776	2600.1472
14/11/2005	2557.7493	15.2036	2545.1017	2579.1314
15/11/2005	2523.4147	17.1664	2498.9198	2556.9405
16/11/2005	2567.4986	37.3877	2526.2455	2634.0237
18/11/2005	2495.0072	18.1703	2470.2933	2545.5806

**TABLA 15**  
**Cotas superiores (euros) (segundo estudio)**  
**(precio de ejercicio = 119.5)**

	Media	D. Típica.	Mínimo.	Máximo.
02/11/2005	2767.8118	26.7354	2719.3340	2818.4861
03/11/2005	2726.9805	21.7381	2697.7355	2792.2912
04/11/2005	2683.3339	21.4161	2637.7356	2716.3247
07/11/2005	2651.0995	2.6624	2646.5112	2654.1805
08/11/2005	2645.0890	1.0054	2619.1725	2677.6094
09/11/2005	2648.5633	26.4683	2608.5604	2683.9745
10/11/2005	2600.5893	10.3144	2583.6241	2615.0865
11/11/2005	2598.2234	3.9797	2591.9776	2602.7616
14/11/2005	2559.9431	23.0593	2535.1169	2586.4949
15/11/2005	2523.0631	17.0930	2493.3504	2548.4650
16/11/2005	2586.5265	34.7736	2522.1334	2624.3340
17/11/2005	2582.1007	11.4061	2560.8439	2608.9610
18/11/2005	2514.1523	40.8374	2452.8517	2598.6712

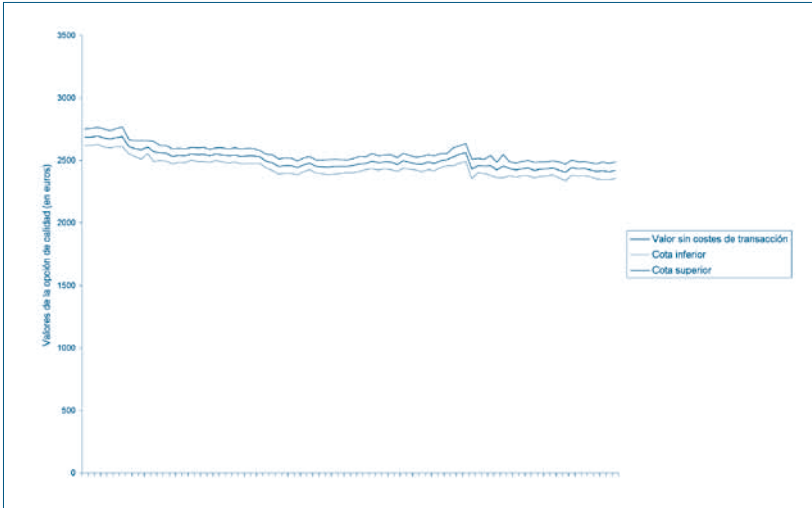
**TABLA 16**  
**Cotas superiores (euros) (segundo estudio)**  
**(precio de ejercicio = 120)**

	Media	D. Típica.	Mínimo.	Máximo.
02/11/2005	2758.7339	29.1126	2719.3340	2822.1842
03/11/2005	2726.0582	20.5792	2697.7355	2792.2912
04/11/2005	2674.0174	24.6374	2627.7564	2706.3456
07/11/2005	2651.2778	4.1089	2644.4747	2656.4921
08/11/2005	2641.0824	21.8136	2610.3985	2677.6094
09/11/2005	2649.9943	23.7533	2609.6091	2672.7162
10/11/2005	2600.0351	0.0000	2600.0351	2600.0351
11/11/2005	2608.7500	6.7599	2601.9608	2617.9733
14/11/2005	2562.4393	25.4208	2535.1169	2589.1162
15/11/2005	2540.4690	16.0845	2515.9040	2564.6420
16/11/2005	2585.6661	37.0461	2522.1334	2634.3201
17/11/2005	2584.7196	14.9870	2560.8439	2608.9610
18/11/2005	2531.2161	41.1776	2478.4564	2591.3141

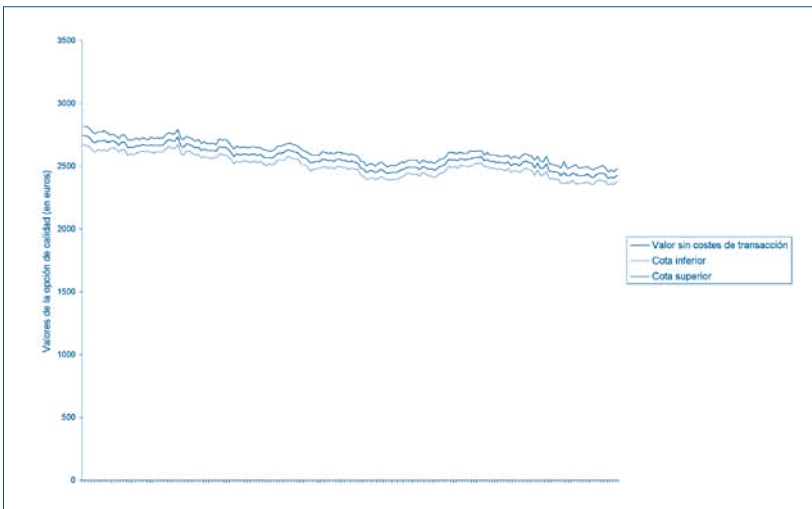
**TABLA 17**  
**Cotas superiores (euros) (segundo estudio)**  
**(precio de ejercicio = 120.5)**

	Media	D. Típica.	Mínimo.	Máximo.
02/11/2005	2759.9832	23.3816	2729.3122	2812.2062
03/11/2005	2725.8106	23.2784	2697.7355	2792.2912
04/11/2005	2660.0159	0.0000	2660.0159	2660.0159
08/11/2005	2699.3328	0.0000	2699.3328	2699.3328
09/11/2005	2670.8689	12.2962	2654.6391	2688.8892
10/11/2005	2591.8296	8.2055	2583.6241	2600.0351
16/11/2005	2612.7494	12.3364	2590.1605	2634.3201
17/11/2005	2588.7742	15.7793	2560.8439	2612.8011
18/11/2005	2560.8825	26.1639	2520.6188	2598.6712

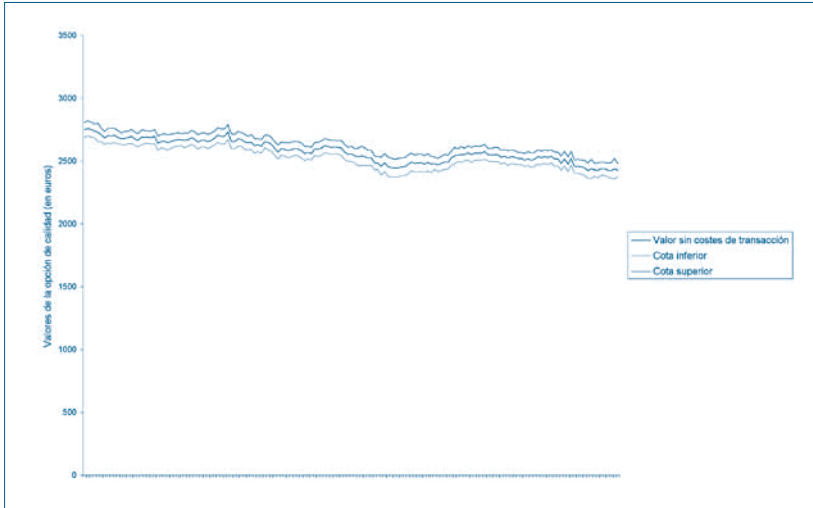
**GRÁFICO 4**  
**Valores de la opción de calidad (euros) (segundo estudio)**  
**(precio de ejercicio = 119)**



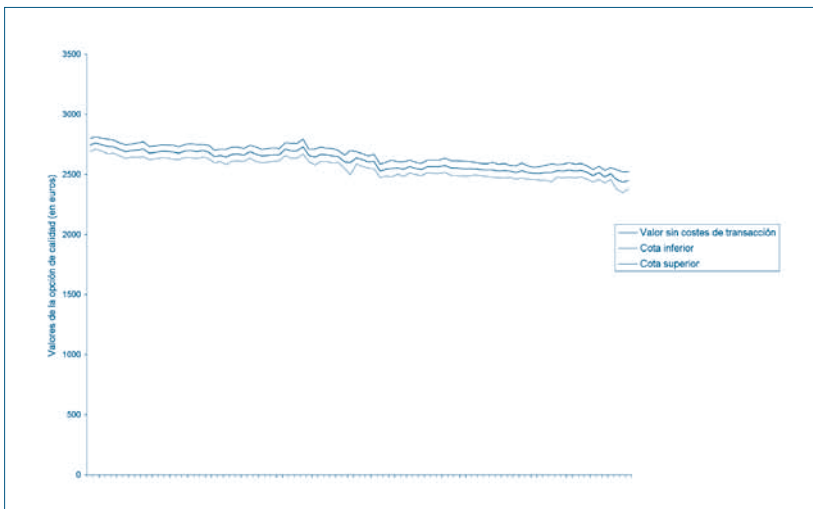
**GRÁFICO 5**  
**Valores de la opción de calidad (euros) (segundo estudio)**  
**(precio de ejercicio = 119.5)**



**GRÁFICO 6**  
**Valores de la opción de calidad (euros) (segundo estudio)**  
**(precio de ejercicio = 120)**



**GRÁFICO 7**  
**Valores de la opción de calidad (euros) (segundo estudio)**  
**(precio de ejercicio = 120.5)**



## 5. REFERENCIAS

- Barnhill, T. y Seale, W. (1988). Optimal exercise of the switching option in Treasury bond arbitrages. *The Journal of Futures Markets*, 8, 517-532.
- Barnhill, T. (1990). Quality option profits, switching option profits, and variation margin costs: an evaluation of their size and impact on Treasury bond futures prices. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 25, 65-86.
- Chance, D. M. y Hemler, M. L. (1993). The impact of delivery options on futures prices: a survey. *The Journal of Futures Markets*, 13, 127-155.
- Cherubini, U. y Exposito M. (1995). Options in and on interest rate futures contracts: Results from martingale pricing theory. *Applied Mathematical Finance*, 2, 1-5.
- Duffie, D. (1989). *Futures Markets*. Prentice-Hall.
- Hedge, S. (1990). An ex post valuation of the quality option implicit in the Treasury bond futures contract. *Journal of Banking and Finance*, 14, 741-760.
- Henrard, M. (2006). Bonds futures and their options: More than the cheapest to deliver; Quality option and margining. *Journal of Fixed Income*, 16, 62-76.
- Jouini E. y Kallal, H. (1995). Martingales and arbitrage in securities markets with transaction costs. *Journal of Economic Theory*, 66, 178-197.
- Kamara, A. (1990). Delivery uncertainty and the efficiency of futures markets. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 25, 45-64.
- Lieu D. (1990). Option pricing with futures-style margining. *The Journal of Futures Markets*, 10, 327-338.
- Pirrong, S.C., Kormendi, R. y Meguire, P. (1994). Multiple delivery points, pricing dynamics, and hedging effectiveness in futures markets for spatial commodities. *Journal of Futures Markets*, 14, 545-573.
- Ronn, E. y Bliss, R. (1994). A nonstationary trinomial model for the valuation of options on Treasury bond futures contracts. *The Journal of Futures Markets*, 14, 597-617.
- Yu, S. W. (1997). Term structure of interest rates and implicit options: the case of Japanese bond futures. *Journal of Business Finance and Accounting*, 24, 593-614.
- Vidal, J. y Ferreira, L. (2007). Multifactor and analytical valuation of Treasury bond futures with an embedded quality option. *The Journal of Futures Markets*, 27, 275-303.